

文章编号:1000-8055(2013)06-1223-08

典型缺口件疲劳寿命分析方法

张成成¹, 姚卫星²

- (1. 中航商用航空发动机有限责任公司 结构完整性工程研究中心, 上海 200240;
2. 南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016)

摘 要: 通过对典型缺口件疲劳寿命分析方法进行系统的回顾, 按照疲劳缺口效应描述参数的不同将缺口件疲劳分析方法划分为 3 类: 局部应力应变法、应力梯度法和临界域法。结合 4 种不同缺口几何下的 LY12CZ 铝合金缺口件的低周疲劳试验数据, 对上述 3 类方法进行验证对比可以发现: 考虑了应力梯度和应力场分布的方法(如临界域法和应力梯度法)对缺口件疲劳寿命的预测结果与试验结果吻合较好而局部应力应变法预测精度较差, 其中应力场强法还能够正确地预测疲劳破坏位置。

关 键 词: 应力集中; 缺口效应; 应力梯度; 应力分布; 疲劳寿命

中图分类号: V250.3; O346.2

文献标志码: A

Typical fatigue life analysis approaches for notched components

ZHANG Cheng-cheng¹, YAO Wei-xing²

- (1. Center of Research for Aero-Engine Structural Integrity,
Commercial Aircraft Engine Company Limited,
Aviation Industry Corporation of China, Shanghai 200240, China;
2. College of Aerospace Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Some commonly used fatigue life analysis approaches for notched components were systemically reviewed. According to different descriptions of the notch effect, the fatigue life analysis approaches for notched component were classified into three categories, namely, local stress-strain approaches, stress gradient approaches and critical zone approaches. The capability of each approach was discussed and experimentally checked by four groups of LCF (low cycle fatigue) test data of LY12CZ aluminum alloy under different notch geometry. It's found that the predictions with regard to stress gradient and distribution of stress field (e. g. critical zone approach and stress gradient approach) show a good agreement with test data as well as the stress field intensity approach can predict the correct failure location, while the local stress-strain approach shows poor fitness and low accuracy.

Key words: stress concentration; notch effect; stress gradient; stress distribution; fatigue life

众所周知, 工程构件的疲劳失效通常发生在缺口、孔洞等不连续特征所导致的应力集中部位,

因此对应力集中部位的疲劳寿命评估是工程抗疲劳设计的关键^[1]。而相关研究已发现^[2-6], 具有应

收稿日期: 2012-03-01

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130617.0940.201306.1223_001.html

基金项目: 上海市“引进技术消化与吸收”专项资金(12XI-04)

作者简介: 张成成(1982—), 男, 江苏淮安人, 工程师, 博士, 主要从事商用航空发动机材料循环本构和结构抗疲劳设计等领域研究。

力集中特征的疲劳行为并不唯一由局部最大应力 $\sigma_{\max}$ (或应变) 控制, 还与缺口几何以及局部应力应变分布有关。如对于缺口几何相似的缺口件, 若减小缺口尺寸, 在相同载荷作用下, 其疲劳寿命会增加。特别在保持理论应力集中系数 K_t 不变的情况下, 随着缺口尺寸趋于 0, 缺口件的疲劳性能趋于光滑件的疲劳性能^[5,7-8]。对于这种小缺口相比大缺口疲劳寿命提高的缺口效应, 目前已有许多方法给予解释, 并形成了很多疲劳寿命分析方法。

本文按照对疲劳缺口效应的解释不同及相应的描述参数, 将缺口件疲劳寿命分析方法分为 3 大类: 局部应力应变法、应力梯度法以及临界域法。

1 局部应力应变法

局部应力应变法 (local stress-strain approach, LSSA) 的基本假设^[1]是: 若缺口件危险部位受到的局部应力应变历程与作用在相同材料的光滑件上的应力应变历程相同, 则它们的疲劳寿命相同 (见图 1)。

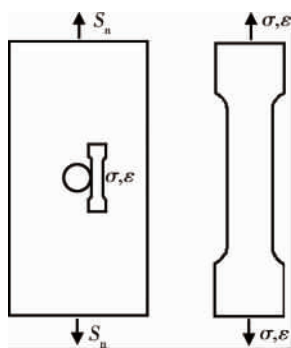


图 1 局部应力应变法的基本假设

Fig. 1 Basic assumption of LSSA

LSSA 的关键内容是确定疲劳危险点处的应力应变历程。目前解决这一问题主要有两个方案: ①采用全程弹塑性有限元分析方法^[9], 其困难在于缺乏材料循环本构模型, 同时循环弹塑性有限元分析时计算量十分巨大, 该方案在工程中无法实际应用^[10-11]; ②近似分析方法, 如 Neuber 法^[12]、等效应变能密度 (ESED) 法^[13-14]、Singh 等^[15]提出的适用于非比例加载的增量 Neuber 法和增量 ESED 法等等。

大量的疲劳寿命分析与试验结果对比表明^[16-17], 在低周疲劳时, LSSA 得到的疲劳寿命总体符合较好, 通常略低于试验结果; 但在中高周疲劳时, 疲劳寿命分析结果远远低于试验结果。金属材料的疲劳机理研究也表明^[18-20], 疲劳裂纹 a 首

先在数个晶粒尺寸范围内在剪切应力幅的作用下成核, 即疲劳源的形成需要危险点周围晶粒的参与。而 LSSA 的基本思想是缺口根部疲劳危险点处的应力应变是决定缺口件疲劳寿命的控制参数, 这一基本思想在缺口根部进入大范围屈服时是比较符合事实的, 但是在中长寿命区这一思想与事实相差甚远, 见图 2。

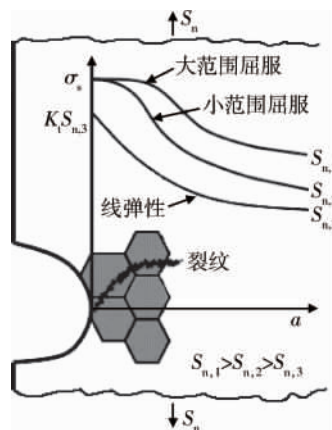


图 2 缺口附近的应力分布与裂纹萌生

Fig. 2 Stress distribution at a notch and crack initiation from the notch

针对 LSSA 的这种局限性, 很多人提出了改进方法, 如 Wetzel^[21] 和 Topper 等^[22] 用疲劳缺口系数 K_f 取代理论应力集中系数 K_t 来修正 Neuber 法

$$\sigma_t \epsilon_t = \frac{(K_f S_n)^2}{E} = C \quad (1)$$

式中 σ_t 和 ϵ_t 为缺口根部的局部应力和应变; E 为弹性模量; C 为 Neuber 常数。由于 $K_f < K_t$, 所以式 (1) 求出的局部应力应变值小于缺口根部真实的局部应力应变值, 使得疲劳寿命的分析结果接近试验结果。但是 K_f 的计算本身依靠经验公式, 导致了 LSSA 对于中高周疲劳寿命分析精度偏低。循着 Wetzel 和 Topper 等人的思路, 出现了大量的改进算法, 如文献^[23-24] 研究了式 (1) 的解法; 文献^[11, 25-27] 提出了不同载荷边界下的近似分析方法; 文献^[28-30] 研究了不同材料循环本构关系下的近似方法等等。

2 应力梯度法

应力梯度法 (stress gradient approach, SGA) 认为缺口根部内层晶粒对外层高应力区晶粒的支持效应是由峰值应力附近的相对应力梯度主导的, 因此该法通过考虑缺口附近应力分布以及相对应力梯度的变化定义了表征缺口损伤程度的有

效应力作为控制缺口疲劳寿命的损伤参数。

如 Qylafku 等^[31-32]依据疲劳损伤是由循环塑性以及应力梯度造成的应力松弛引起,给出表征缺口损伤程度的有效应力(见图3)。

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{r_{\text{eff}}} \int_0^{r_{\text{eff}}} \sigma_{\text{eq}}(r) [1 - r\chi(r)] dr$$

$$\chi(r) = \frac{1}{\sigma_{\text{eq}}(r)} \frac{d\sigma_{\text{eq}}(r)}{dr}$$

$$r_{\text{eff}} = \min[\chi(r)] \quad (2)$$

式(2)中相对应力梯度 $\chi(r)$ 是由 Siebel 和 Stiel-er^[33]最先提出并用以考虑缺口件的疲劳强度缩减现象, Filippini^[34]给出了多种缺口形式下 $\chi(r)$ 的解析表达式; $\sigma_{\text{eq}}(r)$ 为缺口等分线上 r 处的等效应力; r_{eff} 为弹塑性应力场的有效距离,与缺口几何有关。利用材料光滑试件的 $S-N$ 曲线通过有效应力 σ_{eff} 即可获得缺口根部危险部位的疲劳寿命。该法在缺口应力场为线弹性时,其特征应力退化为 LSSA 中危险点处的应力,因此对于缺口件高周疲劳问题其预测结果偏于保守。此外该法需要准确的获得缺口附近的弹塑性应力场,因此对于工程真实构件其数值计算较复杂。

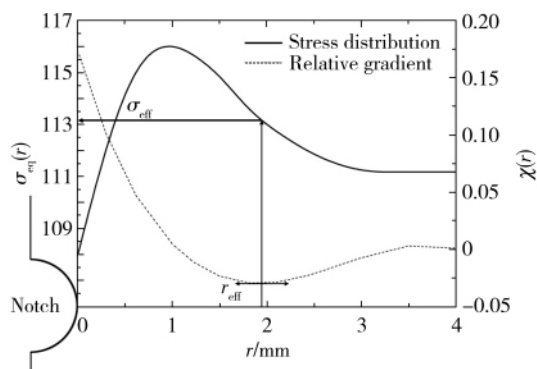


图3 缺口附近应力及相对应力梯度变化

Fig. 3 Stress distribution and relative stress gradient vs. distance from the notch tip

3 临界域法

临界域法^[3,35] (critical zone approaches, CZA)认为疲劳失效的发生不仅仅与局部最大应力有关,还与缺口根部有限体积内的应力应变分布有关,因此该法一般定义缺口局部损伤区应力场中的某一特征应力应变作为控制缺口疲劳寿命的参数。其典型的方法有名义应力法、应力场强法以及临界距离法。

3.1 名义应力法

名义应力法 (nominal stress approach, NSA)假定:对于相同材料制成的任意构件,只要其 K_t

相同,载荷谱相同,则它们的寿命相同^[1]。其估算缺口件疲劳寿命通常有两种方法:一是直接按照缺口件的名义应力 S_n 和相应 K_t 下的 $S-N$ 曲线估算该缺口件的疲劳寿命;二是对材料的 $S-N$ 曲线修改,得到缺口件的 $S-N$ 曲线,然后估算其疲劳寿命。如目前使用较广泛是 Collins^[36]提出的对材料 $S-N$ 曲线中疲劳极限寿命所对应的极限强度应用疲劳缺口系数修正得到缺口件的修正 $S-N$ 曲线(见图4),进而由名义应力幅确定其疲劳寿命。

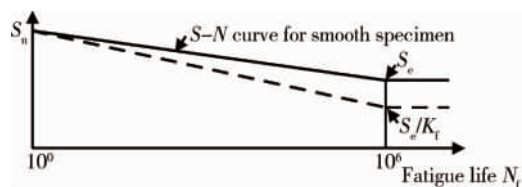


图4 缺口件的修正 $S-N$ 曲线

Fig. 4 Modified $S-N$ curve for notches

疲劳缺口系数 K_t 不仅能反映缺口根部最大应力,也能反映缺口根部附近有限区域内的应力场影响^[37]。 K_t 通常由试验或经验公式获得,如 Neuber^[38]将缺口件的疲劳特性与缺口附近弹性应力场内某一特征距离 A_0 内的平均应力相关(见图5),且认为 A_0 与晶粒大小有关,并给出了基于 K_t 和缺口根部曲率半径 ρ 的 K_t 经验公式; Peterson^[39]假设从缺口根部向材料内部的应力线性减小,认为缺口件的疲劳特性与该应力场中某一距离 a_0 处的点应力相关,其中 a_0 与晶粒大小和载荷有关,也给出了类似的 K_t 经验公式。

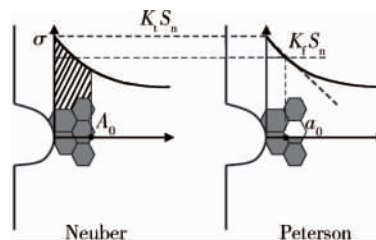


图5 Neuber 和 Peterson 模型

Fig. 5 Neuber and Peterson models

对于第一种方法,需将不同 K_t 下的 $S-N$ 曲线插值到指定 K_t 下,因此需要大量的材料性能试验数据,使用较为不便。事实上,即使是 K_t 和 S_n 相同的不同缺口件,其疲劳寿命也并不相同。这是因为 K_t 仅考虑了缺口几何对疲劳强度的影响,其不足以完全描述应力集中对疲劳强度的影响。因此,该法给出的预测结果不稳定。

对于第二种方法,经验成份较多,如大多由经

验公式获得,且大多数工程结构件几何外形较复杂,使得其名义应力的确定也不明确,因此该法的预测精度也不稳定。

3.2 应力场强法

疲劳损伤的微观和宏观机理研究表明疲劳是一种局部损伤现象,据此姚卫星^[1,40-41]给出了考虑局部损伤区应力场影响的应力场强法(stress field intensity approach, SFIA),该法定义缺口附近的应力场强度 σ_{fi} (见图6)来反映缺口件受载的严重程度。

$$\sigma_{fi} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\sigma_{ij}) \varphi(r) dv \quad (3)$$

式中 Ω 为缺口损伤区,只与材料性能有关; V 是 Ω 的体积; σ_{ij} 为损伤区应力场的应力分量; $f(\sigma_{ij})$ 为破坏函数,与材料的破坏机理有关,如Von Mises准则等; $\varphi(r)$ 是权函数,表征了损伤区内各点应力对损伤贡献的程度,对于各向同性材料, $\varphi(r)$ 与距离 $|r|$ 和方向 θ 有关,其1阶近似表达式为

$$\varphi(r) = 1 + c|r|(1 + \sin\theta) \quad (4)$$

其中 c 是以最大应力点为原点的应力梯度。

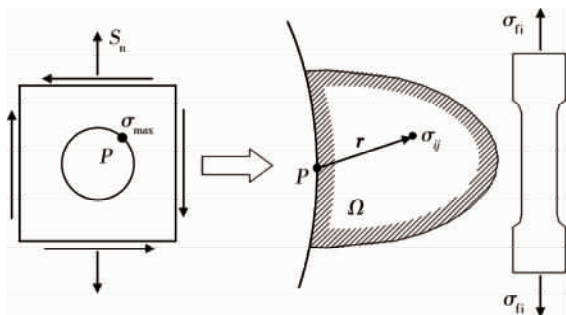


图6 应力场强法模型

Fig. 6 Stress field intensity approach model

SFIA认为若缺口根部应力场强度 σ_{fi} 的历程与光滑件应力场强度历程相同,则两者具有相同的疲劳寿命。因此,根据缺口根部 σ_{fi} 由材料 $S-N$ 曲线即可获得该缺口危险部位的疲劳寿命。应力场强法可以较好地解释缺口效应^[1],但是实际应用中其缺口损伤区 Ω 的大小需要试验确定,且 σ_{fi} 的计算也十分繁琐。

3.3 临界距离法

临界距离法(critical distance method, CDM)是由Tanaka^[2]和Taylor^[5]先后提出的。该法认为疲劳损伤与缺口附近应力场有关,并将缺口附近最大主应力场内某一临界尺度(包括材料内某一点或线等)内的平均应力(见图7)作为控制疲劳

损伤的特征应力。

$$\text{Point method (PM)} \quad \sigma_{av} = \sigma_1 \left(r = \frac{L_0}{2}, \theta = 0 \right)$$

$$\text{Line method (LM)} \quad \sigma_{av} = \frac{1}{2L_0} \int_0^{2L_0} \sigma_1(r, \theta = 0) dr \quad (5)$$

其中 σ_1 为缺口弹性应力场中极坐标 (r, θ) 处的最大主应力;临界距离 $L_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)$ 是材料参数, $\Delta \sigma_0$ 和 ΔK_{th} 分别是相同应力比 R 下材料疲劳极限变程和疲劳裂纹扩展门槛值。与应力场强法类似,利用该特征应力 σ_{av} 由材料的 $S-N$ 曲线获得缺口根部危险部位的疲劳寿命。

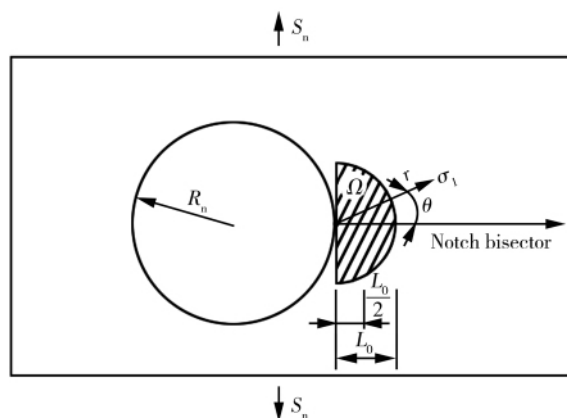


图7 缺口附近应力场与疲劳危险区

Fig. 7 Stress field and fatigue failure zone at a notch

该法中临界距离 L_0 与缺口类型(包括钝缺口和尖锐缺口等)无关,同时只需较少的材料参数,因此受到了广泛关注。如Susmel等^[42-44]应用基于临界面法的多轴疲劳破坏准则对其进行了扩展,使其适用于多轴加载下的缺口疲劳失效分析。Lanning等^[45]对Ti-6Al-4V材料在不同缺口几何即不同 K_t 下,应用PM对单轴疲劳极限的预测显示误差在 $\pm 13\%$ 以内。其进一步的研究分析指出^[46-47],产生误差的主要原因是对于同一材料不同 K_t 下,材料临界距离参数 L_0 在统计上是变化的,即 L_0 与 K_t (缺口几何)相关,因此该法的稳定性仍需进一步研究。

4 讨论与评估

4.1 讨论

通过上述分析可以发现,3类缺口件疲劳寿命分析方法对缺口疲劳效应有着不同的解释和描述,相应地所需的材料性能数据和计算工作量也各不相同,表1对它们做了简要比较分析。

表 1 缺口件疲劳寿命分析方法的对比

Table 1 Comparison of fatigue life analysis approaches for notched components

特点	LSSA	SGA	CZA		
			NSA	SFIA	CDM
控制参数	σ_t 和 ε_t	σ_{eff}	K_t 和 $K_t S_n$ 或 K_f 和 $K_f S_n$	σ_{fi}	σ_{av}
材料数据	循环 $\sigma-\varepsilon$ 曲线、 $\varepsilon-N_f$ 曲线($K_t=1$)	循环 $\sigma-\varepsilon$ 曲线、 $S-N$ 曲线($K_t=1$)	不同 K_t 下的 $S-N$ 曲线	循环 $\sigma-\varepsilon$ 曲线、 $S-N$ 曲线($K_t=1$)	循环 $\sigma-\varepsilon$ 曲线、 $S-N$ 曲线($K_t=1$)
疲劳机理	在低周疲劳阶段符合疲劳机理, 在高周疲劳阶段不符合	基本符合	不符合	符合	基本符合
精度	低周疲劳寿命预测好, 高周疲劳寿命预测差	疲劳寿命预测较好	精度不稳定	疲劳寿命预测好	疲劳寿命预测较好
计算量	较小	较大	小	计算繁琐	仅需线弹性分析, 计算量较小

4.2 评估

用一组低周试验结果^[26]对上节综述的方法进行评估. 试件材料为 LY12CZ 铝合金板材, 厚度为 2 mm. 试件为双孔试件 DH(见图 8(a))和双边缺口试件 DN-A 和 DN-B(见图 8(b)和图 8(c)), 其几何尺寸见图 8 和表 2.

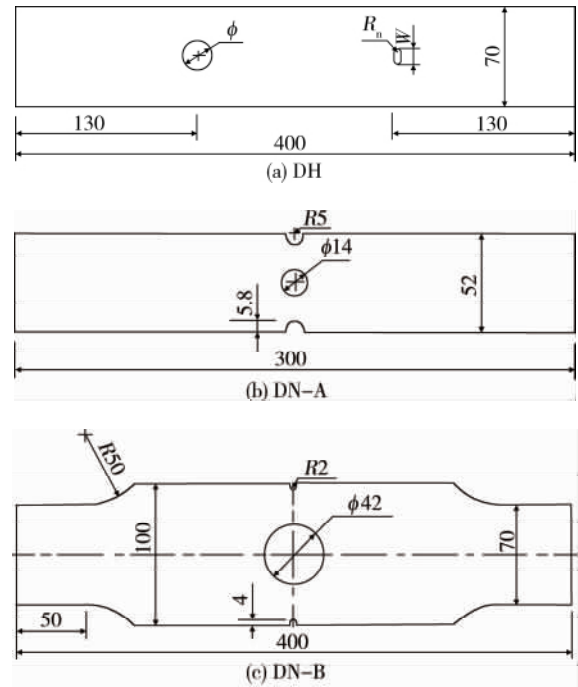


图 8 试件几何尺寸(单位:mm)

Fig. 8 Notch geometry (unit:mm)

表 2 两种双孔试件缺口几何尺寸

Table 2 Dimension of two double-hole specimens

双孔试件	DH-A	DH-B
圆孔直径 ϕ /mm	26	20
腰形孔长 W /mm	6.5	9
腰形孔半径 R_n /mm	1.5	3

采用 Nastran 有限元分析获得缺口附近的弹塑性应力场, 针对 3 类缺口疲劳寿命分析方法中特征应力的分析结果见表 3, 其中材料性能见表 4, 材料的循环应力应变曲线、 $S-N$ 曲线以及应变寿命曲线见文献[41]. 表 5 给出了试件失效所在的缺口部位以及试验疲劳寿命与 3 类缺口疲劳寿命分析方法估算的疲劳寿命对比.

从表 5 中可以看出: LSSA (Neuber) 基于缺口附近局部最大应力应变, 疲劳寿命预测结果较差且偏于保守; 而基于临界域法和应力梯度法的寿命预测结果普遍较好, 其中名义应力法 (Collins) 由于依赖于经验公式, 所以其寿命预测结果不稳定; 其他 4 种模型预测结果均在 3 倍寿命误差带以内, 但应力场强法 (SFIA) 中的应力场强 σ_{fi} 更能较好地反映缺口加载的严重程度. 如对于 DH-A 缺口件, 在 150 MPa 名义应力作用下其疲劳失效部位发生中心圆孔部位, 而从表 3 可知 CDM 和 SGA 均预测失效发生在腰形孔上.

表 3 缺口附近应力场特征应力分析结果

Table 3 Analytical result of characteristic stress of stress field at the notch root

试件缺口	K_t	K_f^*	$S_n /$ MPa	$\sigma_{max} /$ MPa	SFIA	Point method	Line method	Qylafku
					$\sigma_{av} /$ MPa	$\sigma_{fi} /$ MPa	$\sigma_{av} /$ MPa	$\sigma_{eff} /$ MPa
DH-A 圆孔	2.27	2.19	80	286.11	247.62	281.46	277.4	282.54
			150	363.55	320.06	356.24	356.8	358.84
DH-A 腰形孔	3.42	2.68	80	297.66	239.33	265.46	269.55	284.65
			150	366.55	319.24	361.95	363.88	362.1
DH-B 圆孔	2.44	2.34	98	316.64	276.06	311.83	306.43	298.15
DH-B 腰形孔	2.75	2.43	98	341.40	279.23	329.53	313.34	306.17
DN-A 圆孔	1.64	1.51	78.4	253.47	224.12	242.39	237.34	248.58
DN-A 边缺口	1.74	1.57	78.4	266.53	230.10	256.38	250.49	263.46
DN-B 圆孔	2.04	1.99	80	303.91	261.89	295.15	292.64	299.65
			100	340.95	298.93	339.01	337.8	329.7
DN-B 边缺口	2.08	1.71	80	309.31	250.45	281.73	264.9	300.05
			100	342.38	292.40	338.73	322.64	330.2

注: K_f^* 按 Peterson 公式计算, 取 $a_0=0.63\text{ mm}$

表 4 LY12CZ 铝合金板材材料性能数据

Table 4 Properties of aluminum alloy LY12CZ

E / MPa	ν	R	$\Delta\sigma_0 / \text{MPa}$	$\Delta K_{th} / (\text{MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}})$	L_0 / mm	D / mm
71022	0.3	0.1	106.4	2.48	0.173	0.185

表 5 估算疲劳寿命与试验疲劳寿命对比(单位: cycles)

Table 5 Fatigue life comparison between estimation and experiment (unit: cycles)

失效部位	$S_n /$ MPa	LSSA (Neuber)	NSA (Collins)	SFIA (Yao)	CDM (PM)	CDM (LM)	SGA (Qylafku)	试验寿命
DH-A 圆孔	80	42053	741343	202770	168180	186610	163270	135885
	150	1963	56501	32773	17036	16851	16176	17352
DH-B 腰形孔	98	46509	314662	96746	45660	66667	75970	161597
DN-A 边缺口	78.4	78487	6389792	295802	282080	308820	249922	223973
DN-B 圆孔	80	33302	1260877	146617	106000	117400	85566	76117
	100	11926	378557	58487	33360	34930	45440	31011

5 结 论

本文对目前探讨较多的缺口件疲劳寿命分析方法进行了回顾, 并按照对缺口效应的不同描述参数和解释将上述方法进行了分类. 通过对 4 种不同缺口几何的 LY12CZ 铝合金缺口件进行的低周疲劳寿命评估对比发现:

1) 考虑了应力梯度和应力场分布的方法预

测得到的疲劳寿命的结果与试验结果吻合较好, 都在 3 倍寿命分散带之内, 局部应力应变发偏于保守, 名义应力法精度较差. 其原因是缺口或其他具有应力集中特征的疲劳行为并不唯一由局部最大应力(或应变)控制, 而是与缺口几何及其局部应力应变分布有关.

2) 从预测疲劳破坏的位置可以看到: 应力场强法能够正确地给出破坏位置, 临界距离法和应

力梯度法在大多数情况下能够正确地给出破坏位置,但其他方法基本上不具参考价值。

3) 从计算的复杂性看,应力场强法最繁琐,临界距离法和梯度法次之,名义应力法和局部应力应变法最简单。

4) 对上述3类缺口效应描述参数的应用还需进行深入系统的评估,以期在复杂载荷条件下如高温和多轴疲劳问题有更广的参考价值。

参考文献:

- [1] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [2] Tanaka K. Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches[J]. International Journal of Fracture, 1983, 22(2): 39-46.
- [3] Sheppard S D. Field effects in fatigue crack initiation: long life fatigue strength[J]. Transactions of the ASME, 1991, 113(2): 188-194.
- [4] Haritos G K, Nicholas T, Lanning D B. Notch size effects in HCF behavior of Ti-6Al-4V[J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21(7): 643-652.
- [5] Taylor D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model[J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21(5): 413-420.
- [6] Taylor D, Wang G. The validation of some methods of notch fatigue analysis[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structures, 2000, 23(5): 387-394.
- [7] Du Quesnay D L, Yu M T, Topper T H. An analysis of notch-size effects at the fatigue limit[J]. Journal of Testing and Evaluation, 1988, 16(4): 375-385.
- [8] Makkone M. Notch size effects in the fatigue limit of steel[J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(1): 17-26.
- [9] 孙国芹, 尚德广, 陈建华, 等. 缺口件两轴循环弹塑性有限元分析及寿命预测[J]. 机械工程学报, 2008, 44(2): 134-138.
SUN Guoqin, SHANG Deguang, CHEN Jianhua, et al. Elastoplastic finite element analysis and fatigue life prediction for notched specimens under biaxial cyclic loading[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(2): 134-138. (in Chinese)
- [10] Firat M, Kozan R, Ozsoy M, et al. Numerical modeling and simulation of wheel radial fatigue tests[J]. Engineering Failure Analysis, 2009, 16(5): 1533-1541.
- [11] Ye D Y, Hertel O, Vormwald M. A unified expression of elastic-plastic notch stress-strain calculation in bodies subjected to multiaxial cyclic loading[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(24): 6177-6189.
- [12] Neuber H. Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1961, 28(4): 544-250.
- [13] Glinka G. Energy density approaches to calculation of inelastic stress-strain near notches and cracks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 22(3): 485-508.
- [14] Glinka G. Calculation of inelastic notch-tip strain-stress histories under cyclic loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 22(5): 839-854.
- [15] Singh M N K, Glinka G, Dubey R N. Elastic-plastic stress-strain calculation in notched bodies subjected to non-proportional loading[J]. International Journal of Fracture, 1996, 76(1): 39-60.
- [16] Umeda H, Sakane M, Ohmani M. Notch root displacement approach to predict crack initiation life of notched specimen in high-temperature multiaxial low cycle fatigue[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1990, 112(4): 429-434.
- [17] Knop M, Jones R, Molent L, et al. On the Glinka and Neuber methods for calculating notch tip strains under cyclic load spectra[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(9): 743-755.
- [18] Miller K J. The two thresholds of fatigue behaviour[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1993, 16(9): 931-939.
- [19] Meneghetti G, Susmel L, Tovo R. High-cycle fatigue crack paths in specimens having different stress concentration features[J]. Engineering Failure Analysis, 2007, 14(4): 656-672.
- [20] 张志建, 姚枚, 杨庆祥, 等. 缺口件表象疲劳极限的定量分析[J]. 力学学报, 2004, 36(1): 112-117.
ZHANG Zhijian, YAO Mei, YANG Qingxiang, et al. Quantitative analysis of apparent fatigue limits of notched specimens[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2004, 36(1): 112-117. (in Chinese)
- [21] Wetzel R M. Smooth specimen simulation of the fatigue behavior of notches[J]. Journal of Materials, 1968, 3(3): 646-657.
- [22] Topper T H, Wetzel R M, Morrow J. Neuber's rule applied to fatigue of notched specimens[J]. Journal of Materials, 1969, 4(1): 200-209.
- [23] Dowling N E. Fatigue at notches and the local strain fracture mechanics approaches[C]//Proceedings of the Eleventh National Symposium on Fracture Mechanics; Part I. Blacksburg, VA, USA: ASTM Special Technical Publication, 1979: 247-273.
- [24] Hoffmann M, Seeger T. Stress-strain analysis and life prediction of a notched shaft under multiaxial loading[C]//International Conference on Mechanical Science and Engineering. German: Trans Tech Publications Ltd, 1989: 81-99.
- [25] Klann D A, Tipton S M, Cordes T. Notch stress and strain estimation considering multiaxial constrain [R]. SAE Technical Report 930401, 1993.
- [26] Moftakhar A, Buczynski A, Glinka G. Calculation of elastoplastic strains and stresses in notches under multiaxial

- loading[J]. International Journal of Fracture, 1995, 70(4): 357-373.
- [27] Bentachfine S, Pluvina G, Gilgert J, et al. Notch effects in low cycle fatigue[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 21(5): 421-430.
- [28] Lee Y L, Chang Y, Wong H H. A constitutive model for estimating multiaxial notch strains[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1995, 117(1): 33-40.
- [29] Jiang Y, Sehitoglu H. Modeling of cyclic ratcheting plasticity: Part I development of constitutive equations [J]. Journal of Applied Mechanics, 1996, 63(3): 720-725.
- [30] 刘宇杰. 金属材料多轴棘轮-疲劳交互作用的实验与理论研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- LIU Yujie. Experimental and theoretical study on multiaxial ratcheting-fatigue interaction for metal materials[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008. (in Chinese)
- [31] Qylafku G, Azari Z, Kadi N, et al. Application of a new model proposal for the fatigue life prediction on notches and key-seats[J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21(8): 753-760.
- [32] Qylafku G, Kadi N, Azari Z, et al. Fatigue of specimens subjected to combined loading: role of hydrostatic pressure [J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(8): 689-701.
- [33] Siebel E, Stieler M. Significance of dissimilar stress distributions for cycling loading[J]. VDI-Z, 1955, 97(5): 121-126. (in German)
- [34] Filippini M. Stress gradient calculations at notches[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(5): 397-409.
- [35] Adib H, Pluvina G. Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for fatigue life prediction in notched components[J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(1): 67-76.
- [36] Collins J A. Failure of materials in mechanical design; analysis, prediction, and prevention[M]. 2nd ed. New York: Wiley Publication, 1993.
- [37] Lee L Y, Pan J, Hathaway R B. Fatigue testing and analysis: theory and practice[M]. USA: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [38] Neuber H. Theory of notch stress; principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material[M]. 2nd ed. Berlin: Springer Verlag, 1958.
- [39] Peterson R E. Notch sensitivity[M]// Sines G, Waisman J L. Metal fatigue. New York: McGraw Hill, 1959: 293-306.
- [40] YAO Weixing. Stress field intensity approach for predicting fatigue life[J]. International Journal of Fatigue, 1993, 15(3): 234-245.
- [41] YAO Weixing. A verification of the assumption of anti-fatigue design[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(3): 271-277.
- [42] Susmel L. A unifying approach to estimate the high-cycle fatigue strength of notched components subjected to both uniaxial and multiaxial cyclic loadings [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2004, 27(5): 391-411.
- [43] Susmel L, Taylor D. Can the conventional high-cycle multiaxial fatigue criteria be re-interpreted in terms of the theory of critical distances[J]. Structural Durability & Health Monitoring, 2006, 2(2): 115-129.
- [44] Susmel L. The theory of critical distances; a review of its applications in fatigue [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(7): 1706-1724.
- [45] Lanning D B, Nicholas T, Palazotto A. The effect of notch geometry on critical distance high cycle fatigue predictions [J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(10): 1623-1627.
- [46] Lanning D B, Nicholas T, Haritos G K. On the use of critical distance theories for the prediction of the high cycle fatigue limit stress in notched Ti-6Al-4V[J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(1): 45-57.
- [47] Naik R A, Lanning D B, Nicholas T. A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life[J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(5): 481-492.